Département IMA / 3A (S5)
http://laure.gonnord.org/pro/teaching/

Programmation Structurée 2011/2012

TD3 - Décomposition d'un nombre en base b

Objectifs

Comprendre la décomposition dans une base quelconque. Comprendre l'algorithme de décomposition et l'implémenter en C.

Soit b un entier naturel fixé que l'on nommera base, $b > 1$. Alors

THÉORÈME 1 *Tout entier $a \neq 0$ admet une unique décomposition dans la base b, c'est-à-dire qu'il se décompose de façon unique comme ceci :*

$$a = \sum_{i=0}^{n} a_i b^i,$$

avec $\forall i, a_i \in [0, b-1]$ et $a_n \neq 0$.

Les chiffres qui "comptent" le plus, à savoir a_n, a_{n-1} sont appelés "chiffres de poids fort", et les chiffres qui comptent le moins sont appelés "poids faibles". On notera $(a_n a_{n-1} \dots a_1 a_0)_b$ [1] la décomposition du nombre a en base b.

EXEMPLE 1 *La base 2 est formée des chiffres 0 et 1 appelés* **bits**. *Le nombre "dix"(c'est-à-dire $(10)_{10}$) s'écrit $(1010)_2$ car $10 = \mathbf{1} \cdot 2^3 + \mathbf{0} \cdot 2^2 + \mathbf{1} \cdot 2^1 + \mathbf{0} \cdot 2^0$.*

1 Petits exercices

EXERCICE 1 *Écrire tous les entiers de 0 à 10 en base 2.*

EXERCICE 2 *Écrire $(15)_{10}$ (le 15 usuel) en base 2. Même exo avec 21, 45, 128.*

EXERCICE 3 *Que valent 11 1001, 010101 (nombres écrits en base 2) en base 10 ?*

EXERCICE 4 *Quelques généralités :*
- *Quelle est la particularité des nombres pairs écrits en base 2 ? pourquoi ?*
- *Quelle est la particularité des multiples de 10 écrits en base 10 ? pourquoi ?*
- *Comment s'écrit b en base b ?*

EXERCICE 5 *La base 16 est aussi beaucoup utilisée en informatique. Les "chiffres" sont notés 0, 1, ...9, A, B, C, D, E, F.*
- *Comptez jusqu'à 20 en base 16.*
- *Convertir 100 en base 16.*
- *Que vaut $(21A9)_{16}$?*

EXERCICE 6 *Comment passer de la base 2 à la base 16 et inversement ? (Regarder la table des 15 premiers entiers écrits en base 2).*

1. Quelquefois on note $\overline{a_n \dots a_o}^{(b)}$

2 Codons !

On veut automatiser tout ça , pour cela on va faire l'exemple de la traduction base 10 vers base 2, soit M un nombre à traduire.

- On remarque que a_0 est le reste de la division euclidienne de M par 2 (c'est vrai, ça ?).
- Si $M_1 = \dfrac{M - a_0}{2}$ (nombre entier !), alors a_1 est le reste de la division euclidienne de M' par 2.
- ...
- Si $M_i < 2$, alors $n = i$ et a_n vaut M_i.

Traduisons tout cela en algos, c'est immédiat à partir de ce qu'on vient d'écrire.

EXERCICE 7 *Concevoir une action qui imprime les chiffres de la décomposition en base 2 d'un entier x passé en paramètre, en imprimant le poids le plus faible à gauche (puisqu'on calcule les poids les plus faibles en premier)*

EXERCICE 8 *Concevoir une action qui stocke dans un tableau les chiffres de la décomposition en base 2 d'un entier x passé en paramètre, puis les imprime les poids les plus faibles à droite.*