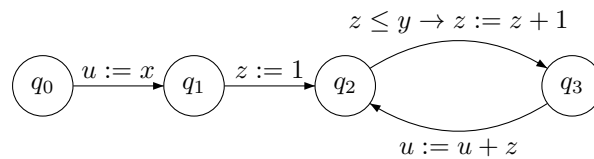


Exercices de TD IF - Feuille 2

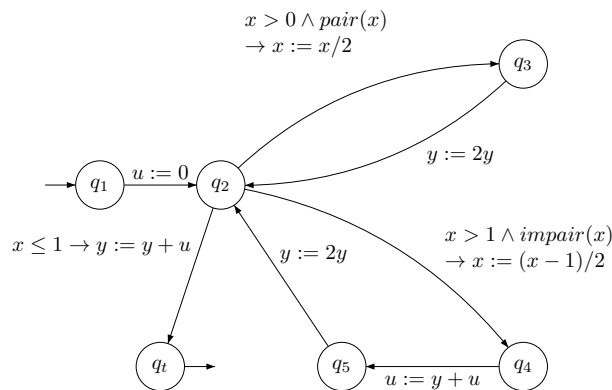
1 Automates à compteurs et spécifications

EXERCICE 1 On considère l'automate à compteur suivant :



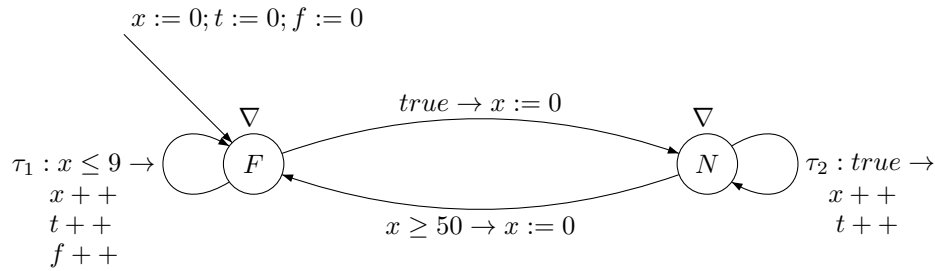
- Calculer les exécutions de cet automate pour les états initiaux suivants :
 - $\sigma(x) = 2 \ \sigma(y) = 3 \ \sigma(-) = 0$ pour les autres variables
 - $\sigma(x) = 2 \ \sigma(y) = 0 \ \sigma(-) = 0$ pour les autres variables
 - $\sigma(x) = 2 \ \sigma(y) = -3 \ \sigma(-) = 0$ pour les autres variables
- Que fait cet automate ?

EXERCICE 2 On considère l'automate à compteur (non affine) suivant :



- Calculer les exécutions de cet automate pour les états initiaux suivants :
 - $\sigma(x) = 4 \ \sigma(y) = 3 \ \sigma(-) = 0$ pour les autres variables
 - $\sigma(x) = 5 \ \sigma(y) = 0 \ \sigma(-) = 0$ pour les autres variables
 - $\sigma(x) = 2 \ \sigma(y) = -3 \ \sigma(-) = 0$ pour les autres variables
 - $\sigma(x) = -2 \ \sigma(y) = 3 \ \sigma(-) = 0$ pour les autres variables
- Que fait cet automate ?

EXERCICE 3 Calculer l'ensemble des exécutions de l'automate suivant, qui modélise une chaudière :



EXERCICE 4 Écrire un automate à compteur pour chacun des programmes numériques suivants :

```
int pgcd(){
  int x,y;

  while(x != y)
    if (x<y) y = y-x;
    else x = x-y;
}
```

```
int ax2(int n, int j){
  int i;

  i=0;
  do {
    j=0;
    while(j<n-1) j++;
    i++;
  }
  while(j>=n-1 && i<n-1);
}
```

```
int indets();

void serpent2(int n){
  int x, y;
  y=n; x=n;
  while(x >= 0){
    while(y>=0 && indet())
      --y;
    --x;
    while(y<=n && indet())
      ++y;
  }
}
```

2 Machines de Turing

EXERCICE 5 Construire une machine de Turing reconnaissant le langage suivant :

$$\{u \in \{0, 1\}^*, \exists v \in \Sigma^*, u = vv\}$$

EXERCICE 6 Construire une machine de Turing calculant la fonction $x \mapsto 2 * x$ (en binaire).

EXERCICE 7 Construire une machine de Turing qui prend un mot $w \in \{0, 1\}^*$ et renvoie la longueur du mot écrite en binaire.