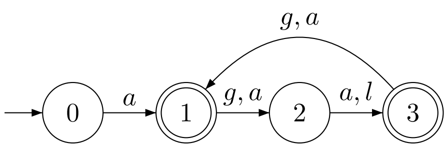
Département IMA / 4A (S8)
Informatique Fondamentale 2011/2012

Laure Gonnord
http://laure.gonnord.org/pro/

Exercices de TD IF - Feuille 1 Automates finis et langages réguliers

EXERCICE 1 *Déterminer une formule rationnelle décrivant le langage reconnu par l'automate suivant :*



EXERCICE 2 *Donner des automates finis (déterministes) reconnaissant les langages définis par les expressions rationnelles suivantes ($A = \{a, b\}$) :*

- a^*b ;
- $(aab + aa + bba)^*$;
- $\varepsilon + (a + aab)^* + a^*(aab)^*$.

EXERCICE 3 *Donner des automates finis (déterministes ou pas) reconnaissant les langages définis par les expressions rationnelles suivantes ($A = \{0, 1\}$) :*

- *Tous les mots qui finissent par* 00
- *Tous les mots qui contiennent* 000
- *Tous les mots de taille* ≥ 2 *et dont l'avant-dernier caractère est* 1.

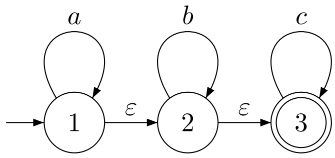
EXERCICE 4 *Donner un automate fini déterministe reconnaissant les lignes de commentaires en C (l'alphabet est l'ensemble des caractères ASCII raisonnables). On commencera par "rappeler" la syntaxe précise des commentaires !*

EXERCICE 5 *Soit $A = \{a, b\}$. Construire un automate déterministe reconnaissant le langage constitué des mots contenant un nombre pair de a, et un nombre de b non divisible par 3.*

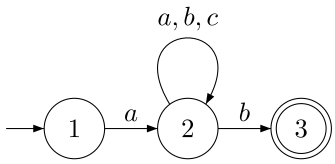
EXERCICE 6 *Donner un automate déterministe reconnaissant les mots sur $A = \{1, 2, 3\}$ formant une suite (finie) croissante.*

EXERCICE 7 *Donner une expression rationnelle correspondant aux langages reconnus par les automates suivants, puis les déterminiser (si besoin est) :*

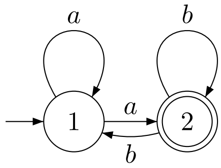
- $A = \{a, b, c\}$



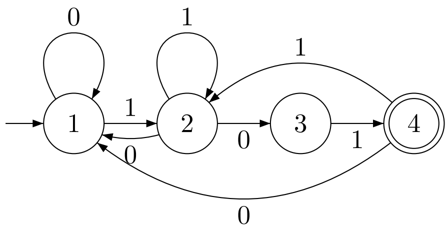
- $A = \{a, b, c\}$



- $A = \{a, b\}$



Exercice 8 *Donner une expression rationnelle décrivant le langage reconnu par l'automate suivant ($A = \{0, 1\}$) :*



Exercice 9 *Si $w_1 = a_1 \dots a_p$ et $w_2 = b_1 \dots b_q$, le mélange (shuffle) de w_1 et w_2, noté $w_1 \sqcup\!\sqcup w_2$ est l'ensemble des mots de la forme $c_1 \dots c_{p+q}$, où chaque c_i vaut $a_{\varphi(i)}$ ou $b_{\psi(i)}$, avec φ et ψ strictement croissantes (φ et ψ sont des applications partielles...). On peut également définir $w_1 \sqcup\!\sqcup w_2$ comme l'ensemble des mots de la forme $m_1 \dots m_{2k}$, avec $m_i \in A^*$ tels que $w_1 = m_1 m_3 \dots m_{2k-1}$ et $w_2 = m_2 m_4 \dots m_{2k}$.*

Si L_1 et L_2 sont deux langages, leur mélange est la réunion des $w_1 \sqcup\!\sqcup w_2$, pour $w_1 \in L_1$ et $w_2 \in L_2$.

Montrer que si L_1 et L_2 sont reconnaissables, alors $L_1 \sqcup\!\sqcup L_2$ est également reconnaissable.

Exercice 10 *En pseudo-code, écrire des programmes testant :*

- *l'égalité de deux langages définis par des expressions rationnelles ;*
- *l'inclusion de $\mathcal{L}(e_1)$ dans $\mathcal{L}(e_2)$;*
- *l'égalité $\mathcal{L}(e_1) = A^*$.*

Exercice 11 *Barman et pieuvre*

Un barman aveugle avec des gants de boxe joue au jeu suivant avec un client : quatre verres sont placés aux 4 directions d'un plateau circulaire (N,E,S,O). Ils peuvent être à l'endroit ou à l'envers, et le but du jeu, pour le barman, consiste à les mettre tous à l'endroit ou tous à l'envers : le client arrête alors le jeu. A chaque étape, le client peut tourner le plateau, puis le barman retourne un ou deux verres (adjacents ou opposés).

Montrer que le barman a une tactique gagnante, et déterminer le nombre de coups minimal dans le pire des cas.