

3. (cf univ Nice)

Maximiser $3x_1 + 5x_2 + 8x_3$

Sous les contraintes :

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 \leq 100 \\ 3x_1 + 2x_2 + 4x_3 \leq 200 \\ x_1 + 2x_2 \leq 150 \\ x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{cases}$$

EXERCICE 4 (CHVATAL 5.2) Maximiser $-x_1 - 2x_2$ sous les contraintes :

$$\begin{cases} -3x_1 + x_2 \leq -1 \\ x_1 - x_2 \leq 1 \\ -2x_1 + 7x_2 \leq 6 \\ 9x_1 - 4x_2 \leq 6 \\ -5x_1 + 2x_2 \leq -3 \\ 7x_1 - 3x_2 \leq 6 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

Réponse : $x^* = (0.6, 0)$.

EXERCICE 5 (CHVATAL 5.3) Pour chacun des problèmes suivants, dire si la solution proposée est optimale :

1. Maximiser $7x_1 + 6x_2 + 5x_3 - 2x_4 + 3x_5$ sous les contraintes :

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 + 5x_3 - 2x_4 + 2x_5 \leq 4 \\ 4x_1 + 2x_2 - 2x_3 + x_4 + x_5 \leq 3 \\ 2x_1 + 4x_2 + 4x_3 - 2x_4 + 5x_5 \leq 5 \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 - x_4 - 2x_5 \leq 1 \\ x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \geq 0 \end{cases}$$

Solution proposée : $(0, \frac{4}{3}, \frac{2}{3}, \frac{5}{3}, 0)$.

2. Maximiser $4x_1 + 5x_2 + x_3 + 3x_4 - 5x_5 + 8x_6$ sous les contraintes :

$$\begin{cases} x_1 + 0x_2 - 4x_3 + 3x_4 + x_5 + x_6 \leq 1 \\ 5x_1 + 3x_2 + x_3 + 0x_4 - 5x_5 + 3x_6 \leq 4 \\ 4x_1 + 5x_2 - 3x_3 + 3x_4 - 4x_5 + x_6 \leq 4 \\ 0x_1 - x_2 + 0x_3 + 2x_4 + x_5 - 5x_6 \leq 5 \\ -2x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + 2x_5 + 2x_6 \leq 7 \\ 2x_1 - 3x_2 + 2x_3 - x_4 + 4x_5 + 5x_6 \leq 5 \\ x_i \geq 0 \end{cases}$$

Solution proposée : $(0, 0, \frac{5}{2}, \frac{7}{2}, 0, \frac{1}{2})$.

Réponses : optimale / non optimale