

# Langages, Traducteurs et Sémantique

Les 4 exercices sont indépendants. Le barème n'est donné qu'à titre indicatif.

## Exercice I : Sémantique axiomatique (3 points)

Soit S le programme suivant:

```
if (i*b=a) then r:=true else r:= false
```

En logique de Hoare , montrer que l'on a  $\{\text{true}\} S \{r = \text{true} \iff i * b = a\}$

## Exercice II : Sémantique axiomatique (9 points)

Soit S le programme suivant:

```
r :=a ;  
q :=0;  
while (r ≥ b) do  
    r:=r-b ;  
    q :=q+1  
done
```

**Q1** En logique de Hoare , montrer que l'on a

$\{a = A \wedge b = B \wedge A \geq 0 \wedge B \geq 0\} S \{A = q * B + r \wedge q \geq 0 \wedge r < B\}$

**Q2** Le triplet  $[a = A \wedge b = B \wedge A \geq 0 \wedge B > 0] S [A = q * B + r \wedge q \geq 0 \wedge r < B]$  est-il valide ?

## Exercice III : Sémantique statique : typage (8 points)

On considère le langage `while` vu en cours dont on rappelle la syntaxe :

```
S ::= x := e | skip | S1; S2 |  
    if e then S1 else S2  
    while e do S  
e  ::= n | x | e1 + e2 | true | e1 = e2 | ¬e | e1 ∧ e2
```

On s'intéresse, dans cet exercice, à la notion de variable non initialisée, c'est-à-dire une variable qui est utilisée en partie droite d'affectation avant d'être affectée. Par exemple, si on considère le programme `x :=0 ; y := x+z`, x est initialisée et y est non initialisée correctement (car z est inconnue). On

modifie la notion de type. Un type est un entier appartenant à  $\{0, 1\}$ . Une expression a le type 1 si toutes ses variables sont correctement initialisées, 0 sinon.

Un environnement est une fonction des noms vers les types. On considère les prédicats suivants :

- $\Gamma \vdash S \mid \Gamma'$  qui signifie dans l'environnement  $\Gamma$  la commande  $S$  est bien typée et fournit l'environnement  $\Gamma'$ . Par exemple, l'évaluation de l'instruction  $x:=3$  dans l'environnement  $\Gamma$  fournit un environnement  $\Gamma'$  tel que  $\Gamma'(x) = 1$ .
- $\Gamma \vdash e : \tau$  qui signifie dans l'environnement  $\Gamma$  l'expression  $e$  a le type  $\tau$ .

### Question

Donner les règles de typage pour cette grammaire.