

Structures de données, IMA S6

Récurtivité

d'après le cours de N. Devésa, Polytech'lille

Laure Gonnord

<http://laure.gonnord.org/pro/teaching/>

Laure.Gonnord@polytech-lille.fr

Université Lille 1 - Polytech Lille

Février 2011



Université
Lille1
Sciences et Technologies



POLYTECH[®]
LILLE

- 1 Rappels et Généralités
- 2 Algorithmes récursifs sur les listes chaînées
- 3 Fonctionnement de la récursivité

- 1 Rappels et Généralités
- 2 Algorithmes récursifs sur les listes chaînées
- 3 Fonctionnement de la récursivité

Définition - Rappels

(S5,cours 3)

Un algorithme (une fonction, une procédure) est dit **récuratif** si sa définition (son code) contient un appel à lui-même.

Un algorithme qui n'est pas récuratif est dit **itératif**.

Utilisations usuelles

Utilisations variées (liste non exhaustive) :

- Calcul de suite **récursive** (numérique, graphique. . .) (cf S5, Fibonacci, Factorielle)
 - Calcul de type « diviser pour régner » : recherche, tri, . . . (cf S5, tri fusion, recherche dichotomique)
 - Calcul sur des structures de données **inductives** (listes, arbres, . . .)
- ▶ Dans ce cours, utilisation de la récursivité sur les listes.

Quelques Rappels du S5

Factorielle : $n! = n \cdot (n - 1)!$

Fonction *fact*(*n*) : entier

D: *n* : entier positif ou nul

Si *n=0* **alors**

 | **Retourner** 1

Sinon

 | **Retourner** *n***fact*(*n-1*)

 | **Fsi**

FFonction

{Appel récursif}

Quelques exemples classiques - 2

Fonction *somme* (n,r) :entier

D: n,r : entier positifs ou nul

Si $n = 1$ **alors**

| **Retourner** $r + 1$

Sinon

| **Retourner** *somme* ($n - 1$, $r + n$)

Fsi

FFonction

- ▶ r est appelé paramètre d'**accumulation**.
- ▶ L'appel `somme(N,0)` calcule $1 + 2 + \dots + N$.

Réversivité terminale (ou pas ?)

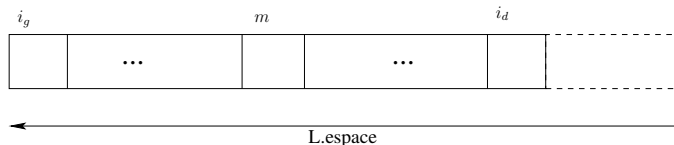
Un algorithme récursif est dit récursif **terminal** si l'appel récursif est la dernière instruction réalisée.

► Stockage non nécessaire de la valeur obtenue par récursivité.

- Factorielle : $\text{fact}(n-1)$ puis multiplication par n , donc non récursif terminal.
- Somme : récursif terminal :
 $\text{somme}(5, 0) = \text{somme}(4, 5) = \text{somme}(\dots) \dots = 15$

Quelques exemples classiques - 3

Recherche dichotomique de $elem$ dans une liste contiguë L :

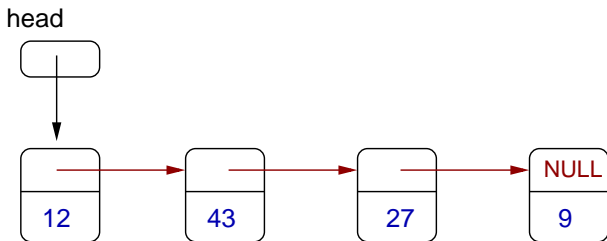


- Cas général : appel récursif à gauche ou à droite de m suivant le résultat de la comparaison $L.espace[m] > elem$,
 - Cas terminaux : $i_g > i_d$ (élément non trouvé) ou $elem = L.espace[m]$ (trouvé)
- Écrire l'algorithme.

- 1 Rappels et Généralités
- 2 Algorithmes récursifs sur les listes chaînées
- 3 Fonctionnement de la récursivité

Pourquoi ?

Parce que la définition des listes est elle même récursive :



- ▶ Une liste est un Pointeur de Cellule.
- ▶ Une liste est soit :
 - vide (cas terminal)
 - un élément (éventuellement cas terminal) “suivi d’une” liste (cas général)

Exemples - 1

Longueur d'une liste l :

- si $l = NULL$: 0
- si $l = elem \cdot l2$: $1 + \text{longueur}(l2)$.

Exemples - 2

Insertion de x dans une liste ordonnée l :

- si $l = NULL$: résultat = $\langle x \rangle$
- si $l = elem \cdot l2$:
 - Si $x = elem$: résultat = l
 - Si $x < elem$: résultat = $x \cdot l$
 - Si $x > elem$: résultat = $elem \cdot (\text{insertion de } x \text{ dans } l2)$

- 1 Rappels et Généralités
- 2 Algorithmes récursifs sur les listes chaînées
- 3 **Fonctionnement de la récursivité**

Un autre algo récursif

Inversion d'une suite de caractères : $s = \langle c_1, c_2, \dots, c_n, \cdot \rangle$.

- Si $s = \langle \cdot \rangle$: terminé
- Si $s = \langle c_1, c_2, \dots, c_n, \cdot \rangle$: inverser $\langle c_2, \dots, c_n, \cdot \rangle$ puis écrire c_1 .

(la suite est lue au clavier par exemple)

Action *inverser()*

L: c : caractère

lire(c)

Si $c \neq '.'$ **alors**

 inverser()

 ecrire(c)

Fsi

FAction

Version itérative

On va mémoriser les caractères et les restituer en sens inverse :

► utilisation d'une **SD pile** (cf suite du cours).

Action *inverser_it()*

L: c : caractère, P : pile de caractères

lire(c)

Tq c! = ' .' **faire**

empiler(P,c)

lire(c)

Ftq

Tq *non pilevide(P)* **faire**

depiler(P,c)

ecrire(c)

Ftq

Action

La pile d'exécution - 1

Lors de l'exécution d'un programme, cette pile :

- mémorise le contexte appelant lors de chaque appel de fonction (adresse des variables, du code de la prochaine instruction, ...)
- restitue ce contexte au retour.

La pile d'exécution - 2

Exemple : p appelle $int\ q(int)$:

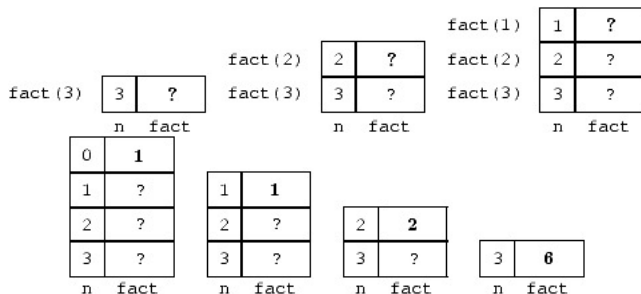
- sauver le contexte de p (adresse de l'instruction qui suit l'appel)
- empiler le paramètre transmis à q (valeur entière)
- préparer de la place pour le résultat

Ensuite on exécute q

- place pour les objets locaux
 - exécution du code
 - dépilage des objets locaux
 - (le résultat est sur un registre ou dans une adresse précise empilée par p)
- en haut de pile on a l'adresse de l'instruction à faire !

La pile d'exécution - 3

Exemple sur `Facto(3)` : (images F. Morain, X)



► Plus d'infos sur la pile d'exécution en Programmation Avancée (ima S6).