

Bachotage

Laure Danthony
<http://www.ens-lyon.fr/~ldanthon/>

Cette séance est une séance de bachotage au vrai sens du terme. Le but est d'enchaîner les exos le plus rapidement possible, ceci n'interdisant bien sûr pas les questions. On attend donc des élèves de la vivacité d'esprit et non pas de la passivité ; on attend aussi qu'ils soient volontaires pour passer au tableau même si ils n'ont pas réussi à traiter l'exercice dans le temps imparti. Pour les exercices proprement dits, deux remarques : ils sont notés de 0 à 10 (0=très facile, 10=très difficile) ; lorsqu'on écrit "une procédure ou une fonction", il faut justifier son choix non pas par le hasard, mais par des arguments valables.

EXERCICE 1 (0) Ecrire une procédure ou une fonction prenant un entier k en paramètre et calculant la quantité 2^k

EXERCICE 2 (2) Ecrire une procédure ou une fonction prenant deux entiers x et k en paramètre et calculant la quantité x^k . Rappeler le principe de la méthode d'exponentiation rapide et la manière itérative de la calculer.

EXERCICE 3 (4) Ecrire une procédure ou une fonction permettant de calculer n en base 2.

EXERCICE 4 (4) Ecrire une procédure ou une fonction permettant de trier un tableau sachant qu'il ne contient que 3 nombres différents que l'on connaît au début.

EXERCICE 5 (2) Rappeler le principe du schéma de Horner pour l'évaluation de polynômes (eh oui, c'est au programme!). Comment le coder ?

EXERCICE 6 (3) Faire afficher à l'écran une tour de taille n demandée à l'utilisateur, de la forme suivante : (ici $n = 5$)

```

-
---
-----
-----
-----
-----
```

EXERCICE 7 (5) Ecrire une procédure qui donne les nombres premiers $\leq n$, n étant fourni en paramètre. Ecrire une fonction `is_prime` qui renvoie `true` ssi un nombre donné est premier.

EXERCICE 8 (3) Ecrire une procédure ou une fonction qui calcule, étant donné n , la quantité $\sum_{1 \leq i \leq j \leq n} ij$.

EXERCICE 9 (4) Calculer de deux manières différentes le n -ième nombre de Catalan, qui vaut 1 si $n = 0$ et $c_n = \sum_{k=0}^n c_k c_{n-k}$ sinon.

EXERCICE 10 (7) On rappelle que la suite (F_n) de Fibonacci est définie par $F_0 = F_1 = 1$ et $F_n = F_{n-1} + F_{n-2}$ pour $n \geq 2$. Montrer que tout entier naturel s'écrit de façon unique comme somme de nombres de Fibonacci. Ecrire un algorithme qui réalise cette décomposition.

EXERCICE 11 (3) Ecrire une procédure ou une fonction qui donne les rangs des deux plus petits éléments dans un tableau donné.

EXERCICE 12 (7) Ecrire une procédure ou une fonction `ramanujan` qui avec N en paramètre, calcule les entiers s'écrivant de deux façons différentes comme somme de deux cubes entiers $\leq N$. Par exemple, $1729 = 12^3 + 1^3 = 10^3 + 9^3$ est le premier entier concerné. Il doit apparaître dans `ramanujan(12)` mais pas dans `ramanujan(10)`.

On pourra chercher les égalités $a^3 + b^3 = c^3 + d^3$ avec a le plus petit des 4 nombres, et $c \leq d$. Cela reviendra donc à faire 4 boucles imbriquées.

EXERCICE 13 (5) On dispose d'un tableau dont les éléments sont entre 0 et 9. Ecrire une procédure ou une fonction qui permet de calculer les fréquences d'apparition de chacun des 10 chiffres.

EXERCICE 14 (6) Soit $E = \llbracket 1, n \rrbracket$. Comment coder une partie de E ? Ecrire les fonctions élémentaires suivantes : `appartient`, `est_vide`, `complémentaire`, `intersection`, `union`.

EXERCICE 15 (4) Ecrire une fonction ou une procédure qui demande la date courante et la date de naissance à l'utilisateur et lui renvoie son âge.

EXERCICE 16 (10) Comment coder un arbre? Ecrire les fonctions `fil` et `père` qui font ce que l'on veut. Ecrire des algorithmes de parcours d'arbre.

EXERCICE 17 (5) Ecrire une fonction qui renvoie `true` si dans le tableau concerné un élément apparaît plus de deux fois, `false` sinon. On veillera à ne pas faire de parcours inutile.

EXERCICE 18 (8) (Vu en TD mais pas traité)

- **Nombre de points fixes d'une permutation** Comment coder une permutation en Pascal. Donner un procédé pour réaliser en PASCAL une telle permutation. Comment générer une permutation selon la distribution uniforme? Donner une procédure qui calcule le nombre moyen de points fixes pour 1000 permutations tirées au hasard, ainsi que le nombre de permutations à 0 points fixes, à 1 point fixe, ...
- **Le problème des chapeaux** Soit le problème suivant : n personnes déposent leur chapeau dans un vestiaire avant une réunion. A l'issue de celle-ci survient une panne d'électricité et chaque personne prend un chapeau au hasard. Quelle est la probabilité pour que personne ne retrouve son chapeau? (maths). Faire retrouver à Pascal une estimation de cette valeur.