

Suites et Séries

Laure Danthony

<http://www.ens-lyon.fr/~ldanthon/>

Généralités, Objectifs

Le but de ce TP est de donner des réflexes de programmation lorsqu'il s'agit d'obtenir des valeurs de suites ou de séries. Savoir programmer cela assez rapidement est indispensable dans l'optique du concours. D'où l'aspect un peu répétitif de ce TP!

Contrairement à d'habitude, il n'y a pas de squelette à récupérer sur le réseau. A vous de vous débrouiller pour réaliser un code simple et lisible, ainsi que des tests judicieux ...

La feuille MAPLE jointe est un complément intéressant pour l'étude de ces suites. On s'y reportera souvent.

Ah oui, j'oubliais, tous les programmes de ce TP seront itératifs !

1 Quatre suites récurrentes simples en une !

Le but ici est d'étudier successivement les 4 suites suivantes :

$$\begin{cases} u_0 = 0.1 \\ u_{n+1} = au_n(1 - u_n) \quad \text{si } n \geq 0 \end{cases}$$

où $a \in \{2, 3.2, 3.5, 3.9\}$ successivement.

► Exo :

1. Réfléchir sérieusement à l'utilisation d'une fonction ou d'une procédure : que désire-t-on faire dans l'optique d'une recherche d'une éventuelle limite?
2. Programmer et discuter (expérimentalement) selon la valeur de a le comportement bizarre de cette suite.
3. Se reporter à la feuille MAPLE jointe pour une analyse plus fine.

2 Une suite récurrente double

On désire ici étudier le comportement de la suite définie par :

$$\begin{cases} v_0 = 10 \\ v_1 = -500 \\ v_{n+2} = \frac{9}{2}v_{n+1} - 2v_n + 1515 \quad \text{si } n \geq 0 \end{cases},$$

► Exo :

1. Coder de façon à pouvoir obtenir l'impression des 80 premiers termes de la suite. Que remarquez vous ?
2. Mathématiquement, cette suite a-t-elle une limite? Si oui, laquelle?

3 Une suite récurrence d'ordre 100

On désire ici étudier le comportement de la suite définie par :

$$\begin{cases} g_0 = 1 \\ g_1 = g_2 = \dots = g_{99} = 0 \\ g_{n+100} = g_{n+1} + g_n \quad \text{sinon} \end{cases},$$

► Exo :

1. Est-ce que votre manière de coder des exercices précédents peut s'appliquer ici? Si oui, coder cette suite en PASCAL.
2. Si non, réfléchir à une solution facile (en terme de tableaux).
3. Observer le comportement de cette suite pour n grand, en Pascal.
4. Pour plus de travail statistique, se reporter à la feuille MAPLE jointe.

4 Quelques sommes partielles de séries

On désire pouvoir imprimer à l'écran des sommes partielles de séries, convergentes ou non.

► Exo :

1. Etudier les sommes partielles de la série de terme général $\frac{1}{(3k+2)(3k+5)}$. Comparer votre résultat numérique à celui de MAPLE qui renvoie le résultat exact¹.
2. Etudier les sommes partielles de la série de terme général $\frac{1}{k^4(k+1)^4}$. Vérifier mathématiquement puis expérimentalement avec la feuille MAPLE que la convergence est en $\frac{1}{N^7}$ ².

¹Il est fort, non ?

²En fait, $\sum_{N+1}^{+\infty} \frac{1}{k^4(k+1)^4} \sim \frac{1}{7N^7}$