Automates finis

Exercice 1

Donner des automates finis déterministes qui reconnaissent les langages suivants :

- $L_1 = \{0^n 1^m \mid n, m \geq 0\}$;
- $L_2 = \{x \in \{0,1\}^* \mid x \text{ se termine par } 101\}$;
- $L_3 = \{x \in \{0,1\}^* \mid |x|_0 \text{ pair et } |x|_1 \text{ impair}\}$.

Exercice 2

Donner l'automate fini déterministe minimal pour chacun des langages suivants.

$L = \{0^{n_1} 1^{m_1} 0^{n_2} 1^{m_2} \dots 0^{n_k} 1^{m_k},\ k \geq 0,\ \text{et } \forall i, 1 \leq i \leq k\ n_i, m_i > 0\}$

L'ensemble des mots de $\{0,1\}^*$ se terminant par 101 ou 0010.

$L = (00+1)^*(11+0)^*$

Exercice 3

En utilisant la méthode des résisuels, construire l'automate qui reconnaît le langage $\Sigma^* 010 \Sigma^*$. Donner un automate fini déterministe qui permet de reconnaître qu'un mot sur $\{0,1\}$ n'admet pas le mot 010 comme facteur.

Exercice 4

Donner un automate fini déterministe qui reconnaisse l'ensemble des mots sur $\{0,1\}$ dont la $i^{ème}$ lettre en partant de la fin est un 0.

Exercice 5

Soit L un langage sur un alphabet Σ reconnaissable par automate fini déterministe. Montrer que les deux langages suivants sont aussi reconnaissables par automate fini.

$L' = \{a_2 a_1 a_4 a_3 \dots a_{2n} a_{2n-1} \mid a_1 a_2 \dots a_{2n-1} a_{2n} \in L \text{ où les } a_i \in \Sigma\}$.

$L'' = \{a_1 a_3 \dots a_{2n-1} \mid a_1 a_2 \dots a_{2n-1} a_{2n} \in L \text{ où les } a_i \in \Sigma\}$.

Exercice 6

On suppose que le langage L est reconnaissable par automate fini. Soit K un langage quelconque sur le même alphabet, montrer que $K^{-1}L$ est reconnaissable par automate fini.