

Réécriture et Lambda-Calcul

Philippe Audebaud (DMI — ENS Lyon)

TD — Fiche 4

I. Unification syntaxique

Ex I.1. Etudier le problème d'unification $\{f(x, a) =? f(b, y)\}$.

Ex I.2. Proposer quelques unificateurs pour l'équation $\{x + y =? u + h(x)\}$. Qu'en pensez-vous ?

Ex I.3. En utilisant les règles de transformation, trouver l'unificateur le plus général, des termes $x + h(y)$ et $(u * v) + v$, où x, y, u et v sont des variables.

Ex I.4. Résoudre

$$f(X, g(X), k(Y)) =? f(h(Z), t, k(Z))$$

et

$$X =? h(Y)$$

Ex I.5. Quel est le plus grand unificateur des termes

$$f(X_n, f(X_{n-1}, \dots, f(X_2, f(a, a))..))$$

et

$$f(f(X_{n-1}, X_{n-1}), \dots, f(f(X_2, X_2), f(f(X_1, X_1), X_1)) \dots)$$

II. Retour sur les beaux préordres

Parmi les relations suivantes, lesquelles sont des beaux préordres ?

Ex II.1. $(\mathbb{N}, <)$ ordonné avec son ordre naturel.

Ex II.2. (\mathbb{N}, div) où div est la relation de division.

Ex II.3. $(\mathbb{N}^p, <^p)$, avec $(n_1, \dots, n_p) <^p (m_1, \dots, m_p)$ si

$$(n_1, \dots, n_p) \neq (m_1, \dots, m_p) \text{ et } \forall i \in [1, \dots, p] \ n_i \leq m_i$$

Ex II.4. $(\mathbb{N}^*, <)$ avec $n_1 \dots n_p < m_1 \dots m_q$ si

$$n_1 \dots n_p \neq m_1 \dots m_q \text{ et } p \leq q \text{ et } \forall i \in [1, \dots, p] \ n_i \leq m_i$$

Ex II.5. $(\mathbb{N}^*, <_{\text{lex}})$ avec $n_1, \dots, n_p <_{\text{lex}} m_1, \dots, m_q$ si

$$(p = q = 0) \vee (n_1 < m_1) \vee (n_1 = m_1 \wedge n_2 \dots n_p <_{\text{lex}} m_2 \dots m_q)$$